

Proposta de Verificação e Validação para Modelos Constitutivos de Madeira

Guilherme dos Santos Silva¹

<https://orcid.org/0009-0003-9398-4511>

André Luis Christoforo²

<https://orcid.org/0000-0002-4066-080X>

RESUMO

A madeira trata-se de um material natural considerado ortotrópico (em escala macroscópica), apresentando propriedades distintas em três direções (longitudinal, radial e tangencial). Além disso, tal material exibe distintos comportamentos sob diferentes estados de tensão: dúctil sob compressão e frágil sob tração e cisalhamento. Embora o critério de escoamento de Hill seja comumente utilizado para representar a plasticidade da madeira em simulações numéricas, ele não captura a falha progressiva, o que motiva o desenvolvimento de modelos constitutivos baseados na mecânica do dano. Entretanto, a implementação, verificação e validação desses modelos é pouco explorada. Este estudo visa verificar e validar a implementação, em uma sub-rotina UMAT, de um modelo ortotrópico de elastoplasticidade com dano para madeira, baseado na formulação proposta por Sandhaas (2012) e acoplado ao critério de escoamento elastoplástico de Hill. O modelo implementado em Fortran 77 para o Abaqus/Standard, primeiramente, foi verificado por meio de testes de elemento único e, posteriormente, validado com ensaios experimentais sob tração e compressão uniaxial. A verificação confirmou a correta implementação da subrotina (valores RMSE próximo de zero e R^2 próximo de 1), bem como a validação demonstrou reproduzir o comportamento da madeira de acordo com os resultados experimentais (RMSE de 0,0233 a 0,338 MPa para tração e de 0,00283 MPa para compressão). Portanto, tal proposta de verificação e validação apresentada contribui para orientar a aplicação futura de modelos constitutivos de madeira em análises numéricas mais complexas de estruturas de madeira, como painéis de madeira laminada cruzada (CLT).

Palavras-chave

Madeira; modelo constitutivo; simulação numérica; mecânica do dano; verificação e validação.

Submetido em: 24/08/2026 – Aprovado em: 11/09/2026 – Publicado em: 11/09/2026

¹ Mestre em Engenharia de Civil, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Paulo. E-mail: gssilva@estudante.ufscar.br.

² Doutor em Engenharia de Civil, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Paulo. E-mail: alchristoforo@ufscar.br.



Verification and validation proposal for wood constitutive models

ABSTRACT

Wood is a natural material considered orthotropic (at the macroscopic scale), exhibiting distinct properties in three directions (longitudinal, radial, and tangential). Moreover, this material exhibits distinct behaviors under different stress states: ductile under compression and brittle under tension and shear. Although Hill's yield criterion is commonly used to represent wood plasticity in numerical simulations, it fails to capture progressive failure, which motivates the development of constitutive models based on damage mechanics. However, the implementation, verification, and validation of these models is poorly explored. This study aims to verify and validate the implementation, in a UMAT subroutine, of an orthotropic elastoplastic-damage model for wood, based on the formulation proposed by Sandhaas (2012) and coupled with the Hill elastoplastic yield criterion. The model implemented in Fortran 77 for Abaqus/Standard was, firstly, verified by means of single-element tests and, subsequently, validated with experimental tests under uniaxial tension and compression. The verification confirmed the correct implementation of the subroutine (RMSE values close to zero and R^2 close to 1), as well as the validation demonstrated reproducing the behavior of wood in accordance with the experimental results (RMSE from 0.0233 to 0.338 MPa for tension and 0.00283 MPa for compression). Therefore, such proposed verification and validation approach contributes to guide the future application of wood constitutive models in more complex numerical analyses of timber structures, such as cross-laminated timber (CLT) panels.

Keywords

Wood; constitutive model; numerical simulation; damage mechanics; verification and validation.

1 INTRODUÇÃO

A madeira trata-se de um compósito natural que, em escala macroscópica, é considerado como ortotrópico (por exemplo, na área das Engenharias). Com isso, suas propriedades e respostas mecânicas não-lineares (plastificação e degradação progressiva da rigidez) apresentam diferenças significativas em três direções: longitudinal, radial e tangencial (Mascia; Lahr, 2006). Além disso, a madeira apresenta distintos comportamentos mecânicos sob determinados estados: plástico sob estado de compressão e frágeis sob tração e cisalhamento (Bodig; Jayne, 1982; Kretschmann, 2010).

Em simulações numéricas de estruturas de madeira, o critério de escoamento de Hill é frequentemente empregado para representar o comportamento plástico da madeira. Embora este critério, disponibilizado por padrão no software Abaqus, seja de fácil aplicação, ele não captura a falha progressiva do material e não é capaz de representar o comportamento frágil da tração e cisalhamento da madeira (Zhang *et al.*, 2021; Wang; Song; Gu, 2018; Seeber *et al.*, 2024). Diante dessa limitação, torna-se necessário considerar modelos constitutivos avançados para representar a resposta mecânica deste material (Benvenuti *et al.*, 2020; Sandhaas, 2012).

Diferentes modelos constitutivos têm sido desenvolvidos para reproduzir o comportamento não linear da madeira numericamente, por exemplo, com MEF (métodos dos elementos finitos). Entre os trabalhos de referência, Sandhaas (2012) propôs um modelo tridimensional baseado em mecânica do dano contínuo, capaz representar simultaneamente comportamentos dúcteis e frágeis. A partir desse tipo de abordagem, outras formulações passaram a incorporar explicitamente mecanismos de plasticidade e dano, como os modelos propostos por Wang, Song e Gu (2018), Zhang *et al.* (2021) e Seeber *et al.* (2024).

Os modelos constitutivos podem ser incorporados em programas comerciais por meio de sub-rotinas de usuário, como a UMAT do Abaqus/Standard (Dassault Systèmes, 2024). No entanto, a complexidade da implementação computacional está diretamente relacionada com a formulação constitutiva (Benvenuti *et al.*, 2020; Zhang *et al.*, 2021), sendo necessário uma avaliação cuidadosa da implementação do modelo de material. De acordo com o conceito de verificação e validação, consolidado por Roache (2009) e formalizado pela American Society of Mechanical Engineers (2006), esta avaliação deve ser realizada em duas etapas distintas e sequenciais: verificação e validação.

Em um primeiro momento, na etapa de verificação, deve-se avaliar a resposta do modelo computacional em relação àquela prevista pelo modelo matemático. Dessa forma, de acordo com Sandhaas (2012), torna-se indispensável a verificação da subrotina UMAT em modelos simples, nos quais facilmente pode-se verificar a resposta. A aplicação direta de qualquer modelo de material em modelos numéricos complexos como placas de CLT inviabiliza a verificação, uma vez que a interação entre diferentes componentes do modelo pode dificultar a identificação de eventuais erros na implementação.

Posteriormente, a validação consiste em avaliar em que medida o modelo constitui uma representação adequada do sistema físico real para a finalidade pretendida. Dessa maneira, a verificação deve preceder a validação, permitindo separar erros decorrentes da implementação numérica daqueles relacionados às hipóteses e limitações do modelo numérico (ASME, 2006; Roache, 2009).

Com isso, considerando-se a limitação do critério elastoplástico de Hill, a relevância de modelos constitutivos mais avançados para representar adequadamente o comportamento mecânico e devido a implementação, verificação e validação desses modelos ser pouco explorada na literatura de modelagem constitutiva da madeira, o objetivo deste trabalho é verificar e validar a implementação, em subrotina UMAT, de um modelo elastoplástico com dano ortotrópico para madeira, baseado na formulação de Sandhaas (2012) e acoplado ao modelo elastoplástico de Hill.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Plasticidade computacional aplicada a materiais anisotrópicos

Diferentemente de uma condição de carregamento uniaxial, em que o início do escoamento pode ser verificado diretamente pela relação entre tensão (σ) e a resistência ao escoamento (f_y), conforme a Eq. 1, um estado de tensão multiaxial necessita de um critério de escoamento multiaxial, por exemplo, Von Mises ou Hill (Dunne; Petrinic, 2007).

$$\begin{aligned} \text{Se } \sigma < f_y, & \text{ fase elástica} \\ \text{Se } \sigma > f_y, & \text{ fase plástica} \end{aligned} \quad \text{Eq. 1}$$

O critério de von Mises, baseia-se na energia de distorção e assume que o escoamento plástico ocorre sem variação de volume (Mendonça, 2019). A partir dele, o critério de Hill foi desenvolvido como uma adaptação que considera os efeitos da anisotropia induzida em metais inicialmente isotrópicos, especialmente durante processos com grandes deformações plásticas. Na formulação de Hill (Eq. 2), o limite de escoamento é determinado por uma tensão equivalente anisotrópica. Nesse sentido, valores inferiores a 1 ($f < 1$) indicam a tensão equivalente resultante não atingiu o limite do material (Mendonça, 2019).

$$f = \sqrt{\bar{\sigma} : \mathbf{A} : \bar{\sigma}} - \bar{\sigma}_{iso} \quad \text{Eq. 2}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (H+G) & -H & -G & 0 & 0 & 0 \\ -H & (F+H) & -F & 0 & 0 & 0 \\ -G & -F & (F+G) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2L \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3}$$

Da matriz **A** (Eq. 3), as componentes das constantes de Hill (F, G, H, N, M e L) e as relações entre as resistências (R_{ij}) são expressos conforme a Eq. 4 e 5, respectivamente.

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{22}^2} + \frac{1}{R_{33}^2} - \frac{1}{R_{11}^2} \right) & N &= \frac{3}{2R_{12}^2} \\ G &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{33}^2} - \frac{1}{R_{22}^2} \right) & M &= \frac{3}{2R_{13}^2} \\ H &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{22}^2} - \frac{1}{R_{33}^2} \right) & L &= \frac{3}{2R_{23}^2} \end{aligned} \quad \text{Eq. 4}$$

$$\begin{aligned} R_{11} &= \frac{f_{c,L}}{f_0} & R_{12} &= \frac{f_{v,12}}{\tau_0} = \frac{\sqrt{3}f_{v,12}}{f_0} \\ R_{22} &= \frac{f_{c,R}}{f_0} & R_{13} &= \frac{f_{v,13}}{\tau_0} = \frac{\sqrt{3}f_{v,13}}{f_0} \\ R_{33} &= \frac{f_{c,T}}{f_0} & R_{23} &= \frac{f_{v,23}}{\tau_0} = \frac{\sqrt{3}f_{v,23}}{f_0} \end{aligned} \quad \text{Eq. 5}$$

Em simulações numéricas de estruturas de madeira, o critério de escoamento de Hill é frequentemente empregado para representar o comportamento plástico da madeira (Kawecki; Podgórski, 2020a, 2020b). Embora este critério, disponibilizado por padrão no software Abaqus, seja de fácil aplicação, ele não captura a falha progressiva do material e não é capaz de representar o comportamento frágil da tração e cisalhamento da madeira (Zhang *et al.*, 2021).

2.3 Mecânica do dano contínuo (*continuum damage mechanics*)

A mecânica do dano contínuo (*continuum damage mechanics* - CDM) trata-se de uma abordagem não linear, em que esse comportamento é obtido mediante a modificação da matriz de rigidez elástica ($\mathbf{C}_0$). Tal modificação consiste em reduzir as propriedades elásticas das componentes da matriz de rigidez elástica por meio de variáveis de dano (d) (Barbero, 2013). Nesse sentido, visando descrever o comportamento 3D da madeira, Sandhaas (2012) propõe um modelo de dano com oito funções (Eq. 6) de falha e 9 variáveis de dano:

- $d_{t,L}$, dano à tração paralela à fibra;
- $d_{c,L}$, dano à compressão paralela à fibra;
- $d_{t,R}$, dano à tração perpendicular às fibras, na direção radial;
- $d_{c,R}$, dano à compressão perpendicular às fibras, na direção radial;
- $d_{t,T}$, dano à tração perpendicular às fibras, na direção tangencial;
- $d_{c,T}$, dano à compressão perpendicular às fibras, na direção tangencial;

- $d_{v,LR}$, dano ao cisalhamento longitudinal, no plano LT;
- $d_{v,LT}$, dano ao cisalhamento longitudinal, no plano LR;
- $d_{v,RT}$, dano ao *rolling shear*, no plano RT.

$$\begin{aligned}
 F_{t,L}(\sigma) &= \frac{\sigma_L}{f_{t,L}} \leq 1 & F_{c,L}(\sigma) &= \left| \frac{-\sigma_L}{f_{c,L}} \right| \leq 1 \\
 F_{t,R}(\sigma) &= \frac{\sigma_R^2}{f_{t,R}^2} + \frac{\sigma_{LR}^2}{f_{v,LR}^2} + \frac{\sigma_{RT}^2}{f_{roll}^2} \leq 1 & F_{c,R}(\sigma) &= \left| \frac{-\sigma_R}{f_{c,R}} \right| \leq 1 \\
 F_{t,T}(\sigma) &= \frac{\sigma_T^2}{f_{t,T}^2} + \frac{\sigma_{LT}^2}{f_{v,LT}^2} + \frac{\sigma_{RT}^2}{f_{roll}^2} \leq 1 & F_{c,T}(\sigma) &= \left| \frac{-\sigma_T}{f_{c,T}} \right| \leq 1 \\
 F_{v,LR}(\sigma) &= \frac{\sigma_{LR}^2}{f_{v,LR}^2} + \frac{\sigma_{RT}^2}{f_{roll}^2} \leq 1 & F_{v,LT}(\sigma) &= \frac{\sigma_{LT}^2}{f_{v,LT}^2} + \frac{\sigma_{RT}^2}{f_{roll}^2} \leq 1
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 6}$$

Da Eq. 6, σ_L , σ_R , σ_T são as componentes de tensão nos sentidos longitudinal, radial e tangencial, respectivamente; σ_{LR} , σ_{LT} e σ_{RT} são as componentes de tensão ao cisalhamento nos planos longitudinal-radial, longitudinal-tangencial e radial-tangencial, respectivamente; $f_{t,L}$ é a resistência à tração paralela às fibras, $f_{c,L}$ é a resistência à compressão paralela às fibras, $f_{t,R}$ e $f_{t,T}$ são as resistências à tração perpendiculares às fibras, $f_{c,R}$ e $f_{c,T}$ são as resistências à compressão perpendiculares às fibras, $f_{v,LR}$ e $f_{v,LT}$ são as resistências ao cisalhamento no plano das fibras e f_{roll} é a resistência ao cisalhamento no plano normal às fibras.

Com isso, o modelo de dano de Sandhaas consiste em identificar falha do material ($F_i > 1$), calcular a variável de dano correspondente (d_i), atualizar a matriz de rigidez danificada (Eq. 7 e 8) e a tensão nominal (Eq. 9).

$$\mathbf{S}_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_L)E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & -\frac{\nu_{31}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{(1-d_R)E_{22}} & -\frac{\nu_{32}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_{11}} & -\frac{\nu_{23}}{E_{22}} & \frac{1}{(1-d_T)E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{v,LR})G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{v,LT})G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_{v,RT})G_{23}} \end{bmatrix}
 \tag{Eq. 7}$$

$$\mathbf{C}_d = (\mathbf{S}_d)^{-1}
 \tag{Eq. 8}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_d : \boldsymbol{\varepsilon}^e
 \tag{Eq. 9}$$

2.3 Modelos com acoplamento entre plasticidade e dano contínuo

O modelo elastoplástico com dano apresentado neste trabalho, semelhante a outros da literatura, é resultado da união de um modelo elastoplástico com um modelo de dano contínuo. Na literatura, pode-se encontrar propostas de diferentes modelos de material elastoplástico com dano, os quais combinam os critérios de escoamento e modelos de dano surgiram para descrever o comportamento não-linear da madeira. Essas abordagens diferem na forma como selecionam o critério de plasticidade e na maneira como formulam a redução progressiva da rigidez.

O modelo proposto por Wang, Song e Gu (2018), considera o comportamento de endurecimento e a deformação irreversível da madeira por meio da função de escoamento de Hill, bem como o dano progressivo de uma adaptação do modelo de dano de Sandhaas (2012). Zhang *et al.* (2021), por sua vez, adotam o critério de escoamento de Hoffman como base da formulação plástica, acoplando-o ao modelo de dano de Sandhaas (2012). Já Seeber *et al.* (2024) utilizam o critério de escoamento de Hill, com múltiplas formulações de dano contínuo: Hashin, Tsai–Wu e Sandhaas (2012).

Convém destacar que apesar do Abaqus disponibilizar o critério de escoamento de Hill, a sua utilização não é possível quando o usuário considera o comportamento do material por meio de uma subrotina *user-material* (UMAT). Com isso, o usuário deve considerar a implementação do modelo elastoplástico (Dassault Systèmes, 2024).

3 METODOLOGIA

3.1 Implementação do modelo de material (elastoplástico com dano)

Neste trabalho, considerou-se o modelo de dano de Sandhaas (2012), o qual foi desenvolvido especificamente para considerar o dano progressivo da madeira. Bem como, de acordo com Seeber *et al.* (2024), Wang, Song e Gu (2018) e Zhang *et al.* (2021), implementou-se o modelo elastoplástico com base na função de escoamento de Hill. Ambos os modelos, foram implementados ao software Abaqus, por meio de uma subrotina UMAT. Os processos metodológicos da implementação são detalhados nas subseções seguintes.

3.1.1 Predição elástica e verificação da plasticidade

Como ponto de partida, o algoritmo foi codificado para adotar o incremento de deformação total ($\Delta \epsilon_{n+1}$) como inteiramente elástico ($\Delta \epsilon_{n+1}^e = \Delta \epsilon_{n+1}$) e, por conseguinte, calcular a tensão *trial* (de teste) (Eq. 10).

Em um primeiro momento, codificou-se o cálculo da tensão *trial* (Eq. 10), considerando-se o incremento de deformação total ($\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$) como inteiramente elástico. Dessa forma, o algoritmo adota a tensão *trial* como referência para a verificação da plastificação.

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{trial} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}_n + \mathbf{C}_0 : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \quad \text{Eq. 10}$$

Com isso, implementou-se o cálculo da função de escoamento de Hill (Eq. 11) para a verificação da plastificação ($f > 0$). Se $f < 0$, o algoritmo identifica-se o estado elástico, em que não é necessário ajuste na matriz de rigidez e a adoção do incremento de deformação total igual a elástica é real, bem como a tensão não necessita de correção e é definida igual a *trial* ($\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{trial}$). Por outro lado, $f > 0$ sinaliza a plastificação do material, em que a tensão deve ser corrigida.

$$f = \sqrt{\bar{\boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{A} : \bar{\boldsymbol{\sigma}}} - \left(f_{y0} + Q(1 - e^{-b \cdot \bar{\varepsilon}^p}) \right) \quad \text{Eq. 11}$$

Em que, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ é o tensor das tensões efetivas; $\mathbf{A}$ é a matriz das componentes das constantes de Hill (Eq. 3); f_{y0} é a resistência ao escoamento inicial; $\bar{\varepsilon}^p$ é a deformação equivalente plástica; e Q e b são os parâmetros de forma do modelo encruamento exponencial.

3.1.2 Correção da plasticidade

Na Eq. 12, pode-se observar o sistema de equações elastoplásticas. Tal sistema foi solucionado iterativamente por meio do algoritmo de *return mapping*, com o intuito de obter as variáveis desconhecidas: $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p$, $\bar{\varepsilon}_{n+1}^p$, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}$ (Seeber *et al.*, 2024; Wang; Song; Gu, 2018; Zhang *et al.*, 2021).

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} &= \boldsymbol{\varepsilon}_n + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p &= \boldsymbol{\varepsilon}_n^p + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p \\ \bar{\varepsilon}_{n+1}^p &= \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta \lambda_{n+1} \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1} &= \mathbf{C}_0(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p) \\ f_{n+1} &= f(\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 12}$$

Em que, $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de deformações totais, $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ é o tensor de deformações plásticas, $\bar{\varepsilon}^p$ é a deformação plástica equivalente, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ é o tensor de tensões efetivas, f é a função de escoamento, $\mathbf{C}_0$ é a matriz de rigidez elástica e $\Delta \lambda$ é o multiplicador plástico incremental.

A correção da plasticidade foi implementada de acordo com a Eq. 13, obtida por meio das equações do sistema (Eq. 12).

$$\bar{\sigma}_{n+1} = \bar{\sigma}_{n+1}^{trial} - \mathbf{C}_0 : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p \quad \text{Eq. 13}$$

Da Eq. 13, o incremento da deformação plástica, em $n + 1$, pode ser descrito conforme a Eq. 14. Ao substituir a Eq. 14 no sistema de equações elastoplásticas (Eq. 12), obteve-se e implementou-se as equações dos resíduos da deformação plástica ($r_{n+1}^{\varepsilon^p}$), da deformação plástica equivalente ($r_{n+1}^{\bar{\varepsilon}^p}$) e da função do escoamento (f_{n+1}) (Eq. 15).

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p = \mathbf{S}_0 : (\bar{\sigma}_{n+1}^{trial} - \bar{\sigma}_{n+1}) \quad \text{Eq. 14}$$

$$\begin{aligned} r_{n+1}^{\varepsilon^p} &= -\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p + \boldsymbol{\varepsilon}_n^p + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p = \mathbf{S}_0 : (\bar{\sigma}_{n+1}^{trial} - \bar{\sigma}_{n+1}) + \Delta \lambda_{n+1} \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} = 0 \\ r_{n+1}^{\bar{\varepsilon}^p} &= -\bar{\varepsilon}_{n+1}^p + \bar{\varepsilon}_n^p + \Delta \lambda_{n+1} = 0 \\ f_{n+1} &= f_{n+1}(\bar{\sigma}_{n+1}, \bar{\varepsilon}_n^p) = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 15}$$

Em que, $\mathbf{S}_0$ é a matriz de flexibilidade elástica ($\mathbf{C}_0^{-1}$). Com a consideração da linearização obteve-se o multiplicador plástico ($\Delta \lambda_{n+1}$), iterativamente, por meio do método de Newton-Raphson. Todas as variáveis da Eq. 16 estão associadas a um passo iterativo (k) do método de Newton-Raphson (ex. $r_{n+1}^{\varepsilon^p} \rightarrow r_{n+1}^{\varepsilon^p (k)}$), no entanto, o sobrescrito (k) foi omitido para manter uma clareza na notação.

$$\begin{aligned} r_{n+1}^{\varepsilon^p} + \mathbf{S}_0 : \delta(\bar{\sigma}_{n+1}) + \delta(\Delta \lambda_{n+1}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} + \Delta \lambda_{n+1} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial^2 \bar{\sigma}_{n+1}} : \delta(\bar{\sigma}_{n+1}) &= 0 \\ r_{n+1}^{\bar{\varepsilon}^p} - \delta(\bar{\varepsilon}_{n+1}^p) + \delta(\Delta \lambda_{n+1}) &= 0 \\ f_{n+1} + \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} : \delta(\bar{\sigma}_{n+1}) + \frac{\partial f}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \delta(\bar{\varepsilon}_{n+1}^p) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Eq. 16}$$

Dessa maneira, tornou-se necessário reescrever o incremento de tensão em função do incremento do multiplicador plástico ($\Delta \lambda_{n+1}$), conforme visualizado na Eq. 17. Em que, $\mathbf{C}_{n+1} = \left(\mathbf{S}_0 + \Delta \lambda_{n+1} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial^2 \bar{\sigma}_{n+1}} \right)^{-1}$.

$$\delta(\bar{\sigma}_{n+1}) = -r_{n+1}^{\varepsilon^p} : \mathbf{C}_{n+1} - \delta(\Delta \lambda_{n+1}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} : \mathbf{C}_{n+1} \quad \text{Eq. 17}$$

O incremento de deformação plástica equivalente ($\delta(\bar{\varepsilon}_{n+1}^p)$), em função do incremento do multiplicador plástico ($\Delta \lambda_{n+1}$), foi obtido e implementado de forma análoga (Eq. 18).

$$\begin{aligned} r_{n+1}^{\bar{\varepsilon}^p} - \delta(\bar{\varepsilon}_{n+1}^p) + \delta(\Delta \lambda_{n+1}) &= 0 \\ \delta(\bar{\varepsilon}_{n+1}^p) &= r_{n+1}^{\bar{\varepsilon}^p} + \delta(\Delta \lambda_{n+1}) \end{aligned} \quad \text{Eq. 18}$$

Ao substituir a Eq. 17 e a Eq. 18 na primeira equação do sistema (Eq. 16), pode-se obter e implementar a equação do incremento do multiplicador plástico (Eq. 19).

$$\delta(\Delta\lambda_{n+1}) = \frac{f_{n+1} - \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} : \mathbf{C}_{n+1} : r_{n+1}^{\varepsilon^p} + \frac{\partial f}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} r_{n+1}^{\bar{\varepsilon}^p}}{\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} : \mathbf{C}_{n+1} : \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} - \frac{\partial f}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p}} \quad \text{Eq. 19}$$

Logo, implementou-se a atualização das variáveis (Eq. 20).

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{n+1}^{(k+1)} &= \bar{\sigma}_{n+1}^{(k)} + \delta(\bar{\sigma}_{n+1})^{(k)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{p(k)} - \mathbf{S}_0 : \delta(\bar{\sigma}_{n+1})^{(k)} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e(k+1)} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{(k+1)} - \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)} \\ \bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)} &= \bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k)} + \delta(\Delta\lambda_{n+1})^{(k)} \\ \Delta\lambda_{n+1}^{(k+1)} &= \Delta\lambda_{n+1}^{(k)} + \delta(\Delta\lambda_{n+1})^{(k)} \end{aligned} \quad \text{Eq. 20}$$

Posteriormente, codificou-se o recálculo dos resíduos (Eq. 16), com as variáveis atualizadas e a verificação da convergência. Conforme Seeber *et al.* (2024), a convergência foi admitida como 1×10^{-6} para garantir uma precisão aceitável e um tempo de cálculo limitado. Posteriormente, após o *loop* de Newton-Raphson (verificado a convergência dos resíduos), desenvolveu-se o algoritmo para o cálculo da matriz de rigidez tangente consistente (Eq. 21).

$$\mathbf{C}_{ep,n+1}^{\text{alg}} = \mathbf{C}_{n+1} - \frac{\left(\mathbf{C}_{n+1} : \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} \right) \otimes \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} : \mathbf{C}_{n+1} \right)}{\frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} : \mathbf{C}_{n+1} : \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{n+1}} - \frac{\partial f}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p}} \quad \text{Eq. 21}$$

3.1.3 Correção por dano

Após o bloco da correção de plasticidade, implementou-se as funções de ativação de dano de acordo com os critérios de falha apresentados por Sandhaas (2012) (Eq. 6).

A evolução das variáveis de dano à compressão ($d_{c,L}$, $d_{c,R}$ e $d_{c,T}$) foram implementadas como linear (Eq. 22), conforme Sandhaas (2012). Bem como, a evolução das variáveis de dano à tração e ao cisalhamento ($d_{t,L}$, $d_{t,R}$, $d_{t,T}$, $d_{v,LR}$, $d_{v,LT}$ e $d_{v,RT}$) foram implementadas de acordo com a Eq. 23, modelo de dano exponencial apresentado por Linde *et al.* (2004).

$$d_{c,i}(F_{c,i}) = 1 - \frac{1}{F_{c,i}} \quad \text{Eq. 22}$$

$$d_{t/v,i} = 1 - \frac{1}{F_{t/v,i}} \cdot e^{\left[(1-F_{t/v,i}) \cdot \left(\frac{f_{t/v,i} \cdot \varepsilon_{max,i}}{g_{f,i}}\right)\right]} \quad \text{Eq. 23}$$

Nas direções principais, utilizou-se o operador Macaulay para definir as variáveis de (d_L , d_R e d_T). Bem como, uma vez que podem ser acionadas por diferentes critérios, considerou-se a superposição das variáveis ao cisalhamento ($d_{v,LR}$, $d_{v,LT}$ e $d_{v,RT}$). Logo, a montagem da matriz de rigidez danificada (Eq. 7 e 8) e a atualização da tensão nominal (Eq. 9).

3.1.4 Regularização viscosa

O Abaqus Standard (*solver* implícito) apresenta problemas de convergência em ramos de *softening*, em que há a redução da rigidez e a queda da força. Com isso, conforme Wang, Song e Gu (2018) e Zhang *et al.* (2021), considerou-se a implementação da regularização viscosa para viabilizar a utilização do *solver* implícito. A implementação da regularização viscosa consistiu em associar a evolução das variáveis de dano (d_i) ao parâmetro viscoso fictício (η) e ao incremento de tempo, de acordo com a Eq. 24.

$$d_{i,n+1}^v = \frac{\eta}{\eta + \Delta t} d_{i,n}^v + \frac{\Delta t}{\eta + \Delta t} d_{i,n+1} \quad \text{Eq. 24}$$

3.1.5 Taxa de variação da tensão em relação à deformação

Por fim, implementou-se o cálculo da taxa de variação da tensão em relação à deformação ($\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$) (Eq. 25), variável de saída esperada em sub-rotinas UMAT.

$$\frac{\partial \sigma_{n+1}}{\partial \varepsilon_{n+1}} = \left\{ \mathbf{C}_{d^v,n+1} + \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial \mathbf{C}_{d^v}}{\partial d_i^v} : \boldsymbol{\varepsilon}^e \right) \times \left(\frac{\partial d_i^v}{\partial d_i} \frac{\partial d_i}{\partial f_i} \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon^e} \right) \right\}_{n+1} : \mathbf{S}_{0,n+1} : \mathbf{C}_{ep,n+1}^{\text{alg}} \quad \text{Eq. 25}$$

3.2 Verificação do modelo de material (elastoplástico com dano)

3.2.1 Exemplos teóricos de Sandhaas (2012)

Inicialmente, foi realizado uma reprodução de exemplos teóricos apresentado por Sandhaas (2012), com o intuito de validar seu modelo de dano contínuo de implementado ao Abaqus.

Os exemplos teóricos apresentados por Sandhaas (2012) referem-se a um modelo cúbico com dimensões de 1 x 1 x 1 mm, composto por um único elemento finito tridimensional do tipo C3D8, o qual possui oito nós e oito pontos de integração. Este modelo é analisado sob diferentes condições de carregamento: compressão paralela e perpendicular às fibras, bem como tração paralela e perpendicular às fibras. Enquanto, em uma das faces os deslocamentos foram restringidos, na face oposta foi aplicado um deslocamento de 0,5 mm, cuja direção foi alternada para propiciar compressão (Figura 1a) ou tração (Figura 1b). Além disso, a orientação do material foi alterada para contemplar os diferentes casos de carregamento, tanto paralelos quanto perpendiculares às fibras. As propriedades mecânicas utilizadas nos exemplos teóricos podem ser visualizadas na Tabela 1.

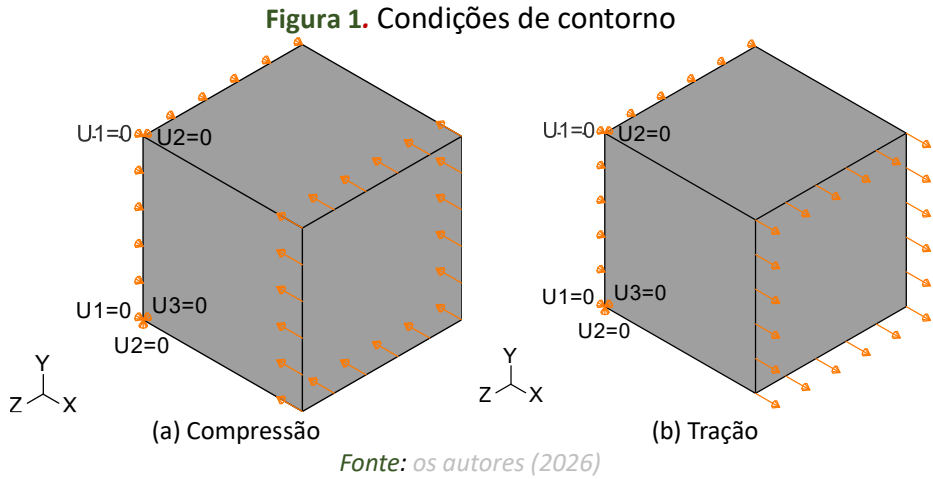


Tabela 1 - Propriedades mecânicas dos exemplos teóricos de Sandhaas (2012)

Categoria	Propriedade	Valor	Unidade	Fonte
Elasticidade	E_L	11000	MPa	EN 338 (CEN, 2016)
	E_R, E_T	370	MPa	EN 338 (CEN, 2016)
	$G_{LR} = G_{LT}$	690	MPa	EN 338 (CEN, 2016)
	G_{RT}	50	MPa	Sandhaas (2012)
	ν_{LR}	0,44	-	Dobeš, Lokaj e Vavrušová (2023)
	ν_{LT}	0,37	-	Dobeš, Lokaj e Vavrušová (2023)
	ν_{RT}	0,47	-	Dobeš, Lokaj e Vavrušová (2023)
Resistência	$f_{t,L}$	24	MPa	Sandhaas (2012)
	$f_{c,L}$	36	MPa	Sandhaas (2012)
	$f_{t,R} = f_{t,T}$	0,7	MPa	Sandhaas (2012)
	$f_{c,R} = f_{c,T}$	4,3	MPa	Sandhaas (2012)
	$f_{v,LR}, f_{v,LT}$	6,9	MPa	Sandhaas (2012)
	f_{roll}	0,5	MPa	Sandhaas (2012)
Fratura	$G_{f,0}$	6	N/mm	Sandhaas (2012)
	$G_{f,90}$	0,5	N/mm	Sandhaas (2012)
	$G_{f,v}$	1,2	N/mm	Sandhaas (2012)
	$G_{f,roll}$	0,6	N/mm	Sandhaas (2012)

Numérico	η	1E-4	-	Sandhaas (2012)
----------	--------	------	---	-----------------

Fonte: os autores (2026)

3.2 Validação do modelo

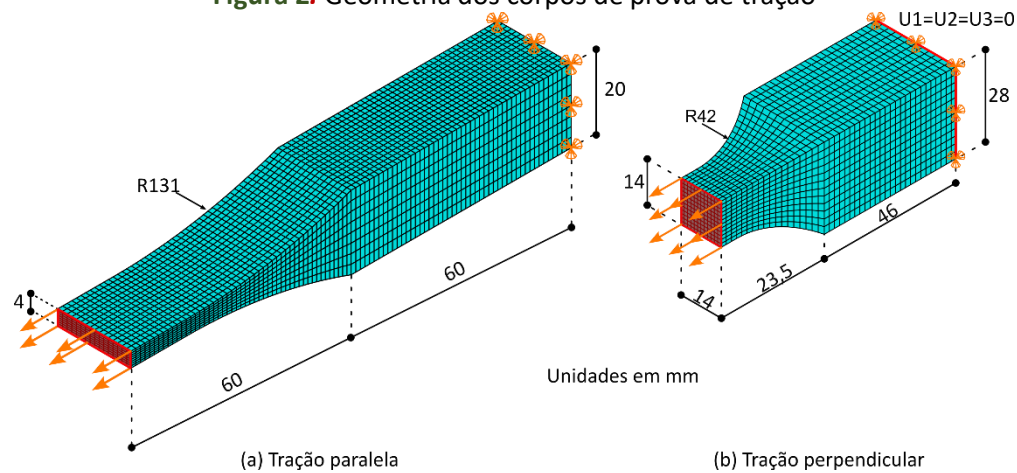
A validação da implementação do modelo elastoplástico com dano, implementado via sub-rotina UMAT no Abaqus, foi realizada progressivamente com modelos de diferentes geometrias e níveis de complexidade: modelo de um cubo com um único elemento finito, sujeito à compressão e à tração; modelos de corpos de prova de madeira sujeitos à tração uniaxial e modelo de corpo de prova de madeira sujeito à compressão uniaxial.

3.3.1 Validação do comportamento à tração uniaxial de Seeber *et al.* (2024)

Com o intuito de validar o comportamento elasto-frágil à tração paralela e perpendicular às fibras do modelo de dano implementado, utilizou-se como referência os modelos numéricos de Seeber *et al.* (2024), os quais também consideram o modelo de dano de Sandhaas (2012). Os modelos numéricos de Seeber *et al.* (2024) reproduzem ensaios experimentais de tração paralela e perpendiculares às fibras de Bollmus *et al.* (2022), conduzidos de acordo com o documento normativo DIN 52188 (German National Standard, 1979). Dessa forma, os modelos numéricos foram desenvolvidos de acordo os parâmetros adotados por Seeber *et al.* (2024), uma vez que o intuito desta validação foi comprovar a implementação do modelo de dano contínuo de Sandhaas (2012), e não necessariamente validar com os resultados experimentais, os quais estão sujeitos a interferência dos coeficientes de variação das propriedades da madeira.

A geometria dos corpos de prova, no estilo *dogbone*, podem ser visualizadas na Figura 2. Conforme Seeber *et al.* (2024), devido à simetria geométrica e das condições de contorno dos corpos de prova, os modelos numéricos foram desenvolvidos considerando apenas a metade dos corpos de prova (Figura 2). Além disso, modelou-se apenas a parcela central do modelo numérico submetido à tração paralela (Figura 2), conforme Seeber *et al.* (2024). Nesse sentido, enquanto os deslocamentos foram restringidos na maior face, aplicou-se deslocamentos na menor face, com incrementos de 0,01 mm até o alcance da falha (Figura 2).

Figura 2. Geometria dos corpos de prova de tração



Fonte: os autores (2026)

Como o intuito desta validação foi reproduzir o modelo numérico, as propriedades mecânicas foram adotadas de acordo com Seeber *et al.* (2024), as quais podem ser visualizadas na Tabela 2. Bem como, considerou-se o elemento finito C3D8, conforme Seeber *et al.* (2024). Semelhante ao modelo numérico de Seeber *et al.* (2024), considerou-se o tamanho do elemento finito igual a 1,25 e 1,75 mm para o modelo de numérico sujeito à tração paralela e perpendiculares às fibras, respectivamente.

Tabela 2 – Propriedades mecânicas do modelo numérico de tração

Categoria	Propriedade	Valor	Unidade
Elasticidade	E_L	12500	MPa
	E_R	2050	
	E_T	810	
	G_{LR}	1640	
	G_{LT}	1080	
	G_{RT}	470	
	ν_{LR}	0,43	-
	ν_{LT}	0,58	
	ν_{RT}	0,61	
Resistência	$f_{t,L}$	134	MPa
	$f_{c,L}$	62	
	$f_{t,R}$	18	
	$f_{c,R}$	15,5	
	$f_{t,T}$	7	
	$f_{c,T}$	7	
	$f_{v,LR}$	14	
	$f_{v,LT}$	18	
	f_{roll}	15	
Fratura	$G_{f,L}$	10	N/mm
	$G_{f,R/T}$	0,71	

	$G_{f,v}$	1,2	
	$G_{f,roll}$	0,6	
Numérico	η	0,001	-

Fonte: Adaptado de Seeber et al. (2024)

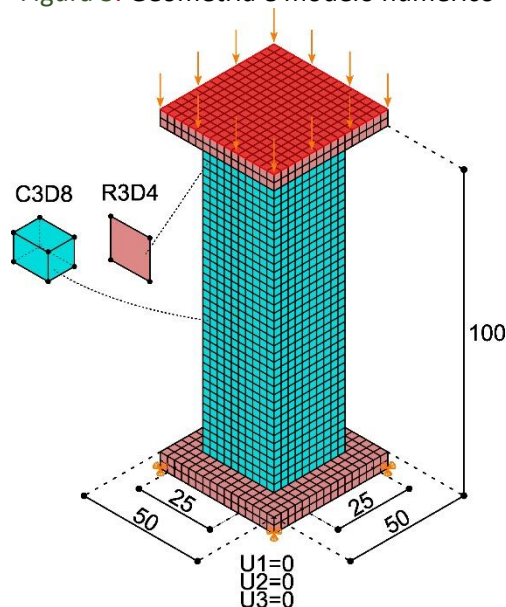
3.3.2 Validação do comportamento à compressão uniaxial de Wang, Song e Gu (2018)

Com o intuito de validar o comportamento à compressão do modelo de dano implementado, utilizou-se como referência o modelo numérico de um corpo de prova sujeito a compressão uniaxial paralela às fibras ensaiado por Wang, Song e Gu (2018) e conduzido de acordo com a ASTM D143-14 (Advancing Standards Transforming Markets, 2014).

Diferentemente do comportamento à tração, o qual é governado por meio do modelo de dano, o comportamento à compressão é regido conjuntamente pelo modelo elastoplástico e o modelo de dano. Com isso, primeiramente, a validação do comportamento à compressão consistiu em avaliar apenas o modelo elastoplástico de forma isolada com o critério de escoamento de Hill disponível no *software* Abaqus. Posteriormente, avaliou-se o modelo elastoplástico com dano de forma completa com os resultados do modelo numérico de Wang, Song e Gu (2018).

O modelo numérico foi modelado de acordo com a geometria dos corpos de prova (Figura 3), ensaiado por Wang, Song e Gu (2018) e preconizado pelo documento normativo ASTM D143-14 (ASTM, 2014). Por simplicidade, as placas de aço foram modeladas como cascas rígidas. As condições de contorno previram a restrição de todos os graus de liberdade da placa de aço inferior e a indução de um deslocamento na placa superior com incrementos de 0,01 mm (Figura 3).

Figura 3. Geometria e modelo numérico



Fonte: os autores (2026)

Os parâmetros do material, incluído as propriedades adotadas para representar o comportamento mecânico da madeira, foram adotados de acordo com Wang, Song e Gu (2018) (Tabela 3). Bem como, conforme Wang, Song e Gu (2018), o corpo de prova foi modelado com um elemento sólido de oito nós e integração completa (C3D8), enquanto as placas de aço foram discretizadas com elementos discretos rígidos com quatro nós (R3D4) com tamanho de 2,5 mm.

Tabela 3 – Propriedades do material do modelo numérico de compressão

Categoria	Propriedade	Valor	Unidade
Elasticidade	E_L	11000	MPa
	E_R	500	
	E_T	500	
	G_{LR}	650	
	G_{LT}	650	
	G_{RT}	60	
	ν_{LR}	0,35	-
	ν_{LT}	0,05	
	ν_{RT}	0,4	
Resistência	$f_{t,L}$	27	MPa
	$f_{c,L}$	29,5	
	$f_{t,R}$	2	
	$f_{cy,R}$	5,5	
	$f_{t,T}$	2	
	$f_{cy,T}$	5,5	
	$f_{v,LR}$	6	
	$f_{v,LT}$	6	
	f_{roll}	0,6	
	$G_{f,L}$	6	
Fratura	$G_{f,R/T}$	0,5	N/mm
	$G_{f,v/roll}$	0,5	
	Q	200	
Numérico	b	20	-
	η	0,001	

Fonte: Adaptado de Wang, Song e Gu (2018).

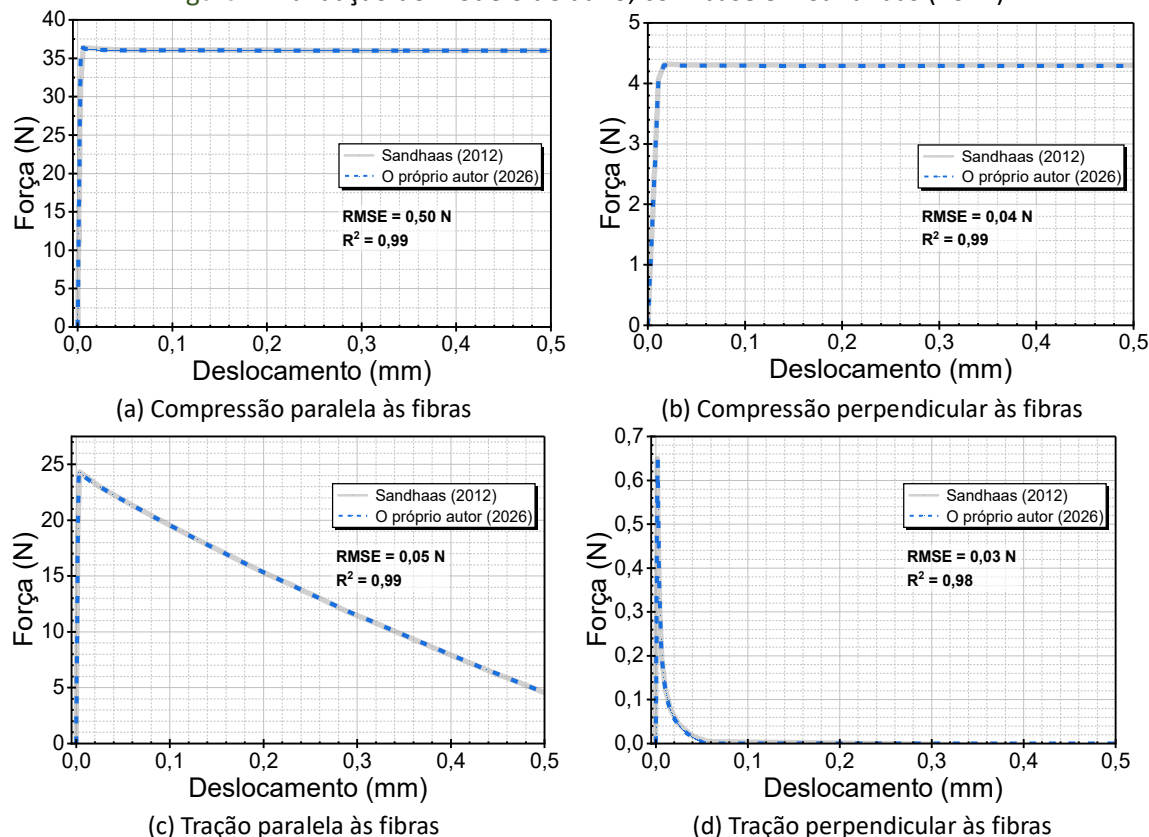
4 RESULTADOS

4.1 Verificação do modelo de dano com base nos exemplos teóricos de Sandhaas (2012)

De modo geral, visualiza-se a proximidade entre as curvas força-deslocamento (Figura 4) do modelo implementado com o original de Sandhaas (2012), sobrepostas ao longo do intervalo de deslocamento para os quatro casos de carregamento considerados: compressão paralela e perpendicular às fibras, e tração paralela e perpendicular às fibras.

A pequena diferença média entre as curvas (Figura 4) é evidenciada pelos valores de RMSE (Root Mean Square Error) e R^2 (coeficiente de determinação) de 0,05 a 0,5 N e de 0,98 a 0,99, respectivamente. Portanto, tais resultados indicam que a subrotina UMAT implementada reproduziu corretamente o comportamento mecânico previsto pela formulação matemática original de Sandhaas (2012).

Figura 4. Validação do modelo de dano, com base em Sandhaas (2012)

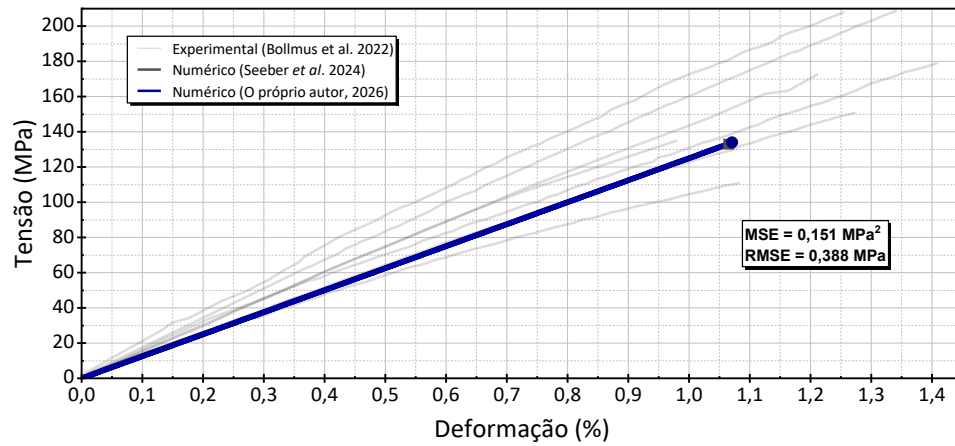


Fonte: os autores (2026)

4.2 Validação do comportamento à tração do modelo de dano com base em Seeber *et al.* (2024)

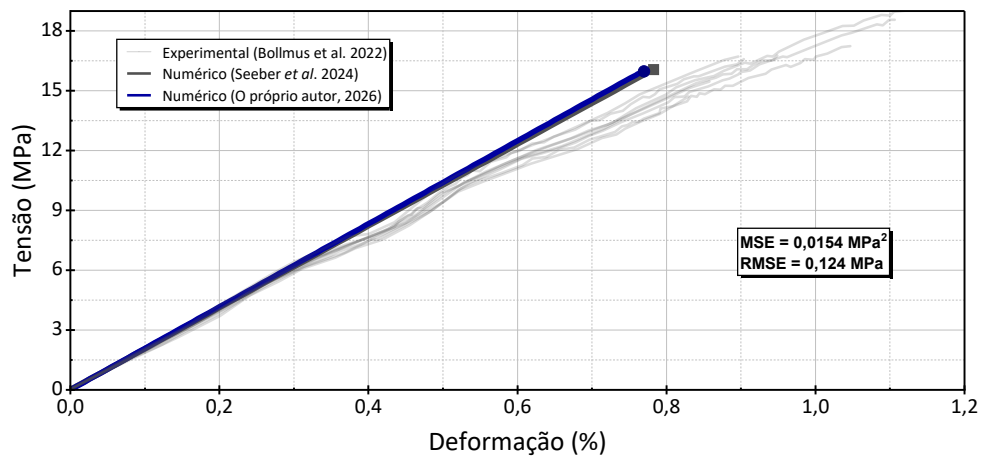
Nas Figuras 5, 6 e 7, as curvas tensão-deformação do modelo numérico para validação do comportamento à tração são confrontadas com os resultados numéricos de Seeber *et al.* (2024) e os dados experimentais dos ensaios de tração (Bollmus *et al.*, 2022). O modelo numérico deste trabalho, com o modelo de material, resultou em curvas próximas às médias das curvas experimentais. Além disso, o perfil curva do presente modelo numérico demonstrou elevada consistência ao modelo previamente propostos na literatura por Seeber *et al.* (2024).

Figura 5. Curvas experimentais e numéricas, tração paralela às fibras (L)



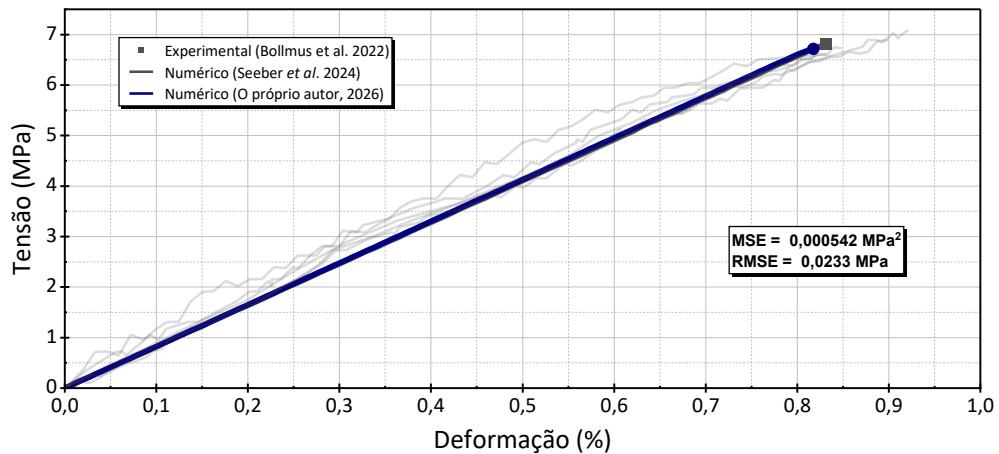
Fonte: os autores (2026).

Figura 6. Curvas experimentais e numéricas, tração perpendicular às fibras (R)



Fonte: os autores (2026).

Figura 7. Curvas experimentais e numéricas, tração perpendicular às fibras (T)



Fonte: os autores (2026).

A proximidade entre as curvas é evidenciada pelas métricas de erro MSE e RMSE (Figuras 5, 6 e 7), cujos valores variam de 0,000542 a 0,151 MPa² e de 0,0233 e 0,338 MPa, respectivamente. Tais valores próximos à zero, destacam os pequenos desvios ponto a ponto entre os modelos propostos e o de referência. Além disso, os modelos numéricos deste trabalho apresentaram pequenas discrepâncias na estimativa da tensão última ($S_{ult.}$), com erros entre 3,98% e 16,07% em relação aos resultados experimentais, e entre 0,64% e 1,43% em relação aos resultados numéricos de Seeber *et al.* (2024) (Tabela 4).

Tabela 4 - Análise quantitativa da tensão última

Condição de carregamento	$S_{ult,num.}$ (MPa)	$S_{ult,exp.}$ (MPa)	Erro (%)	$S_{ult,Seeber}$ (MPa)	Erro (%)
Tração paralela às fibras (L)	133,85	139,4	3,98%	133,0	0,64%
Tração perpendicular às fibras (R)	15,97	18,2	12,28%	16,06	0,59%
Tração perpendicular às fibras (T)	6,71	8	16,07%	6,81	1,43%

Fonte: os autores (2026).

4.3 Validação do comportamento à compressão (elastoplástico com dano) com base em Wang, Song e Gu (2018)

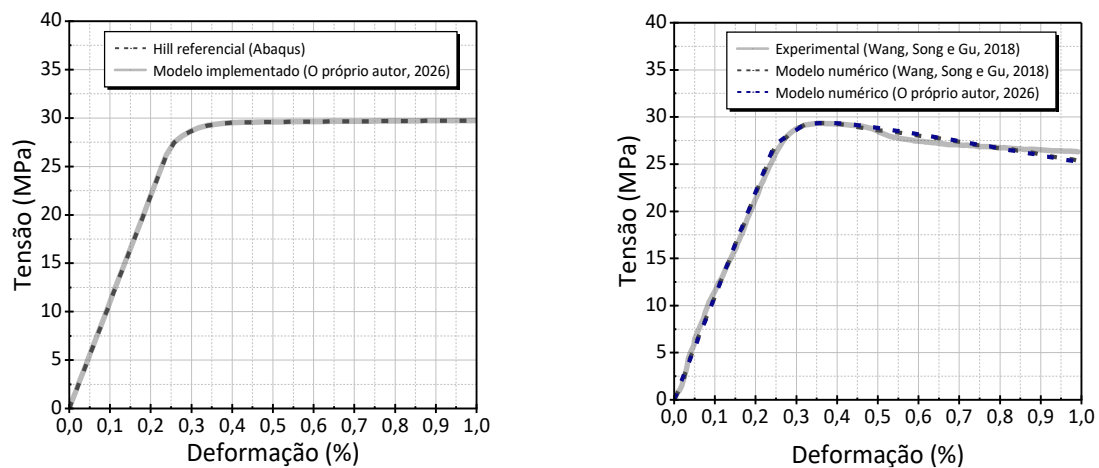
Neste capítulo, apresenta-se a validação do comportamento à compressão do modelo elastoplástico com dano em duas etapas. Inicialmente, apresenta-se a validação da parcela elasto-plástica isoladamente e, em seguida, a validação do modelo completo (elastoplástico com dano).

A Figura 8 permite visualizar as curvas de tensão-deformação da parcela elasto-plástica do modelo implementado e do referencial (critério de escoamento de Hill disponível no Abaqus). Como considerado apenas a parcela elasto-plástica do modelo, a curva tensão-deformação apresentou comportamento assintótico igualmente ao referencial (Hill do Abaqus). A parcela elasto-plástica do modelo implementado apresentou elevada consistência ao referencial, conforme observado a sobreposição das curvas (Figura 8). Tal precisão é evidenciada por meio do valor de RMSE igual a 0,00283 MPa e ao erro percentual máximo igual a 0,0341%.

Na Figura 8b, pode-se observar as curvas de tensão-deformação do modelo completo implementado (elastoplástico com dano), da média experimental e do modelo numérico de Wang, Song e Gu (2018). A curva do modelo implementado apresentou boa proximidade à média experimental e ao modelo numérico de Wang, Song e Gu (2018).

Os valores das métricas de erro entre o modelo elastoplástico implementado e os resultados experimentais e numéricos de Wang, Song e Gu (2018), visualizadas na Tabela 5, constataam a validação do modelo implementado por meio da sub-rotina UMAT perante o comportamento à compressão.

Figura 8. Validação do comportamento à compressão paralela do modelo elastoplástico



Fonte: os autores (2026).

Tabela 5 - Métricas de erro em relação a Wang, Song e Gu (2018)

Comparação	RMSE (MPa)	R ²	Erro $S_{m\acute{a}x}$ (%)
Numérico de Wang, Song e Gu (2018) com numérico proposto	0,554	0,995	0,14%
Experimental de Wang, Song e Gu (2018) com numérico proposto	0,138	0,999	0,02%

Fonte: os autores (2026).

6 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo verificar e validar a implementação, em subrotina UMAT, de um modelo elastoplástico com dano ortotrópico para madeira, baseado na formulação de Sandhaas (2012) e acoplado ao modelo elastoplástico de Hill.

Na etapa de verificação, a subrotina implementada reproduziu precisamente o comportamento mecânico previsto pela formulação matemática original de Sandhaas (2012), com valores de RMSE próximos de zero e de R^2 próximo de 1. Além disso, na etapa de validação, O modelo reproduziu satisfatoriamente os comportamentos dos ensaios experimentais de tração (Seeber *et al.*, 2024) e compressão uniaxial (Wang; Song; Gu, 2018), com RMSE de 0,0233 a 0,338 MPa para tração e de 0,00283 MPa para compressão.

Portanto, tal proposta de verificação e validação apresentada contribui para orientar a aplicação futura de modelos constitutivos de madeira em análises numéricas mais complexas de estruturas de madeira, como painéis de madeira laminada cruzada (CLT).

REFERÊNCIAS

ADVANCING STANDARDS TRANSFORMING MARKETS. **ASTM D143-14: Test Methods for Small Clear Specimens of Timber**. West Conshohocken, PA: ASTM International, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1520/D0143-14>

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **Guide for verification and validation in computational solid mechanics**. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2006. ISBN 9780791830420

BARBERO, E. J. . **Finite element analysis of composite materials using Abaqus**. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013. ISBN 9781466516632

BENVENUTI, E. *et al.* An orthotropic multi-surface damage-plasticity FE-formulation for wood: Part I – Constitutive model. **Computers & Structures**, [s. l.], vol. 240, p. 106350, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2020.106350>. ISSN 00457949

BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1982. ISBN 0-442-00822-8

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EN 338: structural timber - strength classes**. Brussels: [s. d.], 2016.

DASSAULT SYSTÈMES. **Abaqus Analysis User's Guide**. Providence: Dassault Systèmes Simulia Corp., 2024. Disponível em: bit.ly/4grdP6M. Acesso em: 20 ago. 2026.

DOBEŠ, P.; LOKAJ, A.; VAVRUŠOVÁ, K. Stiffness and Deformation Analysis of Cross-Laminated Timber (CLT) Panels Made of Nordic Spruce Based on Experimental Testing, Analytical Calculation and Numerical Modeling. **Buildings**, [s. l.], vol. 13, nº 1, p. 200, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings13010200>. ISSN 2075-5309

DUNNE, Fionn.; PETRINIC, Nik. **Introduction to computational plasticity**. New York: Oxford University Press, 2007. ISBN 0198568266

GERMAN NATIONAL STANDARD. **DIN 52188:1979-05, Prüfung von Holz; Bestimmung der Zugfestigkeit parallel zur Faser**. Berlin: German Institute for Standardisation, 1979. DOI: <https://doi.org/10.31030/1260199>

KAWECKI, B.; PODGÓRSKI, J. 3D Abaqus Simulation of Bent Softwood Elements. **Archives of Civil Engineering**, [s. l.], vol. Vol. 66, n° No 3, p. 323–337, 2020a. DOI: <https://doi.org/10.24425/ace.2020.134400>.

KAWECKI, B.; PODGÓRSKI, J. The Effect of Glue Cohesive Stiffness on the Elastic Performance of Bent Wood–CFRP Beams. **Materials**, [s. l.], vol. 13, n° 22, p. 5075, 2020b. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma13225075>. ISSN 1996-1944

KRETSCHMANN, D. E. Mechanical Properties of Wood. *In*: WOOD HANDBOOK: WOOD AS AN ENGINEERING MATERIAL. Madison: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2010. p. 508.

LINDE, P. *et al.* Modelling and Simulation of Fibre Metal Laminates. 2004. **ABAQUS Users' Conference**. [S. l.]: [s. d.], 2004. p. 421–439.

MASCIA, N. T.; LAHR, A. F. R. Remarks on Orthotropic Elastic Models Applied to Wood. **Materials Research**, [s. l.], vol. 9, n° 3, p. 301–310, 2006.

MENDONÇA, P. de T. R. **Materiais Compostos & Estruturas-sanduiche: Projeto e Análise**. 2. ed. Florianópolis, SC: [s. d.], 2019. ISBN 978-85-907153-2-0

ROACHE, P. J. . **Fundamentals of verification and validation**. [S. l.]: Hermosa Publishers, 2009. ISBN 9780913478127

SANDHAAS, C. **Mechanical behaviour of timber joints with slotted-in steel plates**. 2012. Thesis - Instituto de Tecnologia de Karlsruhe, Karlsruhe, Alemanha, 2012. ISBN 978-90-8570-837-7

SEEBER, F. *et al.* Development and validation of an orthotropic 3D elasto-plastic damage model for wood, considering fiber deviations. **Engineering Structures**, [s. l.], vol. 308, p. 117928, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.117928>. ISSN 01410296

WANG, M.; SONG, X.; GU, X. Three-Dimensional Combined Elastic-Plastic and Damage Model for Nonlinear Analysis of Wood. **Journal of Structural Engineering**, [s. l.], vol. 144, n° 8, 2018. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0002098](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002098). ISSN 0733-9445

ZHANG, L. *et al.* Three-dimensional elastic-plastic damage constitutive model of wood. **Holzforschung**, [s. l.], vol. 75, n° 6, p. 526–544, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1515/hf-2019-0247>. ISSN 1437434X